

2026 年 4 月

第 2 讲：不等式的应用与常见模型函数

函数与不等式

主讲：

高考备考讲义

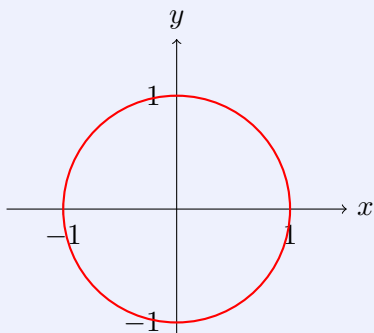
本讲摘要

常见函数的应用与不等式处理技巧，作为一些经常被拿来出题的素材，做一些分析与总结。

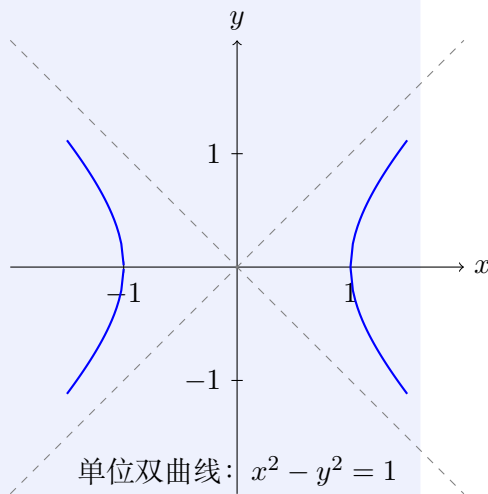
2.1 常见模型函数

定义

定义 2.1.1 (双曲函数).

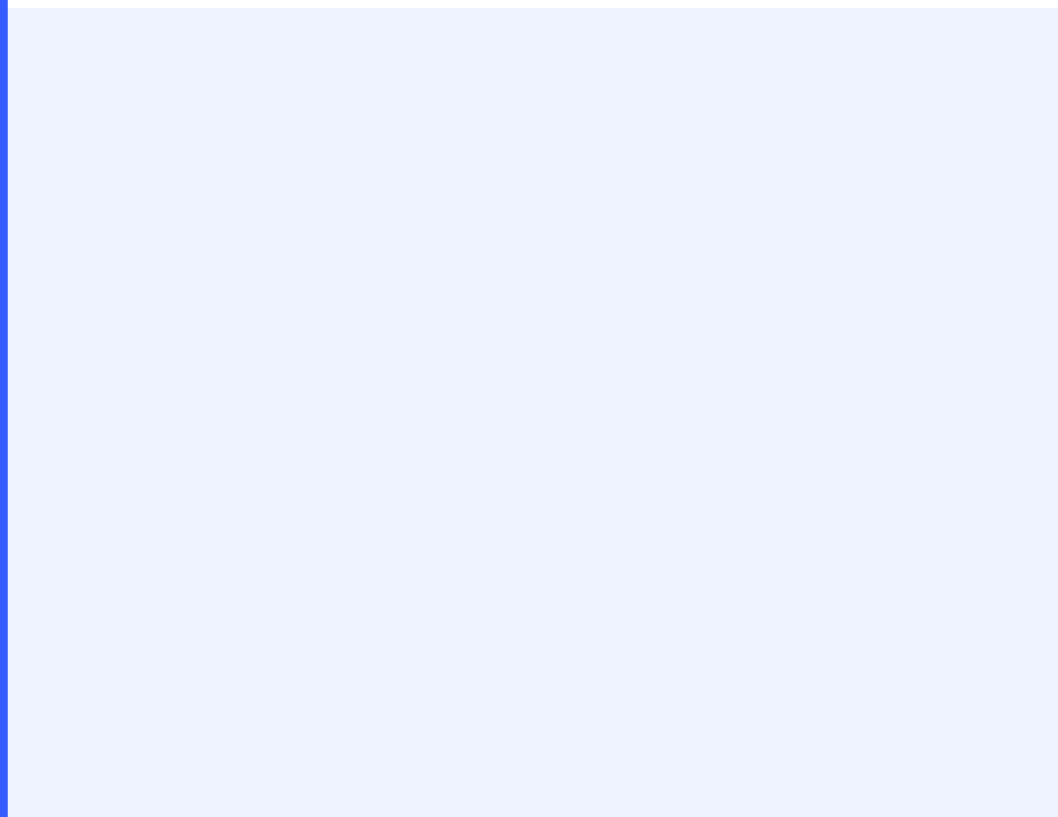


单位圆： $x^2 + y^2 = 1$

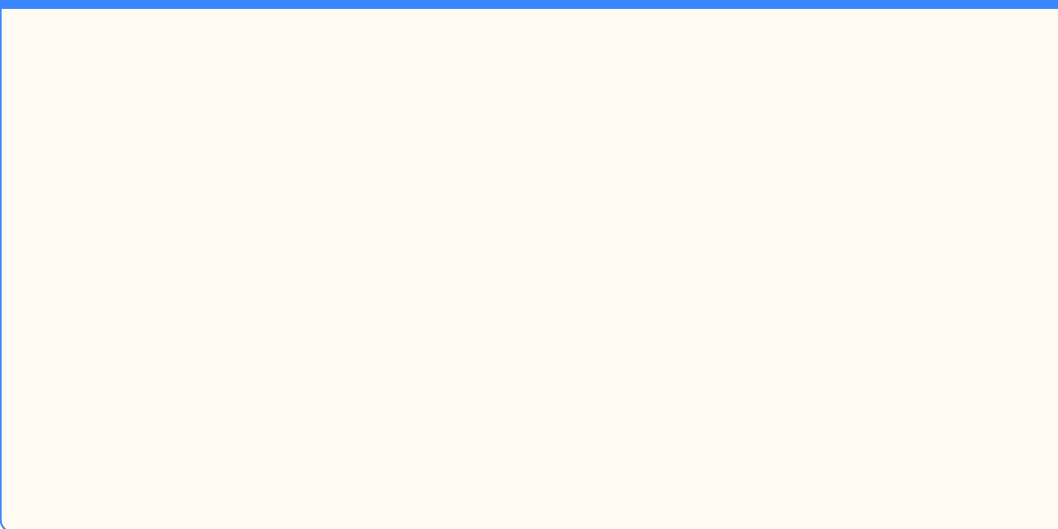


单位双曲线： $x^2 - y^2 = 1$

分析



Example



2.2 不等式经典例题精讲

2.2.1 例 1

Example

$a > 0, b > 0$, 求 $\frac{6ab}{9b^2 + a^2} + \frac{2ab}{a^2 + b^2}$ 的最大值。

解:

注记 (易错点提醒):

2.2.2 例 2

Example

$x > 0, y > 0, x + y = k$, 则使 $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(y + \frac{1}{y}\right) \geq \left(\frac{k}{2} + \frac{2}{k}\right)^2$ 恒成立的 $k_{\max} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

解:

注记 (易错点提醒):

2.2.3 例 3

Example

正数 a, b, c 满足：

$$\begin{cases} a + b + c = 12, \\ ab + bc + ca = 45, \end{cases}$$

问 a, b, c 中最大数的最小值。

解：

注记（易错点提醒）：

2.3 函数对称形式的处理技巧

2.3.1 2504 杭州二模

Example

在 $\triangle ABC$ 中, 已知

$$\frac{\sin A}{\sin B} = n \sin C, \quad \frac{\cos A}{\cos B} = n \cos C,$$

且 $\tan A = 2$, 求 $n = ?$

解:

注记 (易错点提醒):

2.3.2 2506 高考

Example

11. 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{4}$, 若 $\cos 2A + \cos 2B + 2 \sin C = 2$, $\cos A \cos B \sin C = \frac{1}{4}$, 则

A. $\sin C = \sin^2 A + \sin^2 B$

B. $AB = \sqrt{2}$

C. $\sin A + \sin B = \frac{\sqrt{6}}{2}$

D. $AC^2 + BC^2 = 3$

解:

注记 (易错点提醒):

2.3.3 2603 合肥质检

Example

14. 已知函数 $f(x) = \left| \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \right|$, 设 $x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n$ ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$), 若 $\sum_{i=1}^n |f(x_i) - f(x_{i-1})| \leq M$ 恒成立, 则 M 的最小值为_____。

解:

注记 (易错点提醒):

2.4 个人总结